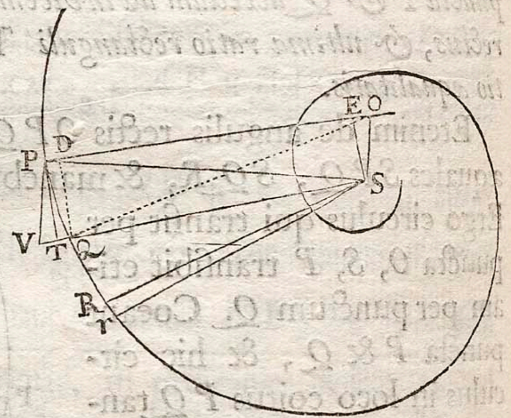
Prop. XV. Theor. XI.

Si Medii densitas in locis singulis sit reciproce ut distantia locorum a centro immobili, sitque vis centripeta in duplicata ratione densitatis: dico quod corpus gyrari potest in Spirali, quæ radios omnes a centro illo ductos intersecat in angulo dato.

Ponantur quæ in superiore Lemmate, & producatur SQ ad V, ut sit SV æqualis SP. Temporibus æqualibus describat corpus arcus quam minimos PQ & QR, sintque areæ PSQ, QSr æquales. Et quoniam vis centripeta, qua corpus urgetur in P est reciproce ut $SPq.$ & (per Lem. X. Lib. I.) lineola TQ, quæ vi illa generatur, est in ratione composita ex ratione hujus vis & ratione duplicata temporis quo arcus PQ describitur, (Nam resistentiam in hoc casu, ut infinite minorem quam vis centripeta negligo) erit $TQ \times SPq.$ id est (per Lemma novissimum) $PQq. \times SP$, in ratione duplicata temporis, adeoque tempus est ut $PQ \times \sqrt{SP}$, & corporis velocitas qua arcus PQ illo tempore describitur ut $\frac{PQ}{PQ \times \sqrt{SP}}$ seu $\frac{1}{\sqrt{SP}}$, hoc est in dimidiata ratione ipsius SP reciproce. Et simili argumento velocitas, qua arcus QR describitur, est in dimidiata ratione ipsius SQ reciproce. Sunt autem arcus illi PQ & QR ut velocitates descriptrices ad invicem, id est in dimidiata ratione SQ ad SP, sive ut SQ ad $\sqrt{SP} \times \sqrt{SQ}$; & ob æquales angulos SPQ, SQr & æquales areas PSQ, QSr, est arcus



PQ ad arcum Qr ut SQ ad SP. Sumantur proportionalium consequentium differentiæ, & fiet arcus PQ ad arcum Rr ut SQ ad $SP - SP^{\frac{1}{2}} \times SQ^{\frac{1}{2}}$, seu $\frac{1}{2}VQ$; nam punctis P & Q coeuntibus, ratio ultima $SP - SP^{\frac{1}{2}} \times SQ^{\frac{1}{2}}$ ad $\frac{1}{2}VQ$ fit æqualitatis. In Medio non resistente areæ æquales PSQ, QSr (per Theor. I. Lib. I.) temporibus æqualibus describi deberent. Ex resistentia oritur arearum differentia RSr, & propterea resistentia est ut lineolæ Qr decrementum Rr collatum cum quadrato temporis quo generatur. Nam lineola Rr (per Lem. X. Lib. I.) est in duplicata ratione temporis. Est igitur resistentia ut $\frac{Rr}{PQq. \times SP}$. Erat autem PQ ad Rr ut SQ ad $\frac{1}{2}VQ$, & inde $\frac{Rr}{PQq. \times SP}$ fit ut $\frac{\frac{1}{2}VQ}{PQ \times SP \times SQ}$ sive ut $\frac{\frac{1}{2}OS}{OP \times SPq.}$ Namque punctis P & Q coeuntibus, SP & SQ coincidunt; & ob similia triangula PVQ, PSO, fit PQ ad $\frac{1}{2}VQ$ ut OP ad $\frac{1}{2}OS$. Est igitur $\frac{OS}{OP \times SPq.}$ ut resistentia, id est in ratione densitatis Medii in P & ratione duplicata velocitatis conjunctim. Auferatur duplicata ratio velocitatis, nempe ratio $\frac{1}{SP}$, & manebit Medii densitas in P ut $\frac{OS}{OP \times SP}$. Detur Spiralis, & ob datam rationem OS ad OP, densitas Medii in P erit ut $\frac{1}{SP}$. In Medio igitur cujus densitas est reciproce ut distantia a centro SP, corpus gyrari potest in hac Spirali. Q. E. D.

Corol. 1. Velocitas in loco quovis P ea semper est quacum corpus in Medio non resistente gyrari potest in circulo, ad eandem a centro distantiam SP.

Corol 2. Medii densitas, si datur distantia SP, est ut $\frac{OS}{OP}$, sin